

УДК 539.2:541.117

В. Ч. Жуковский, О. Н. Горшков, В. Д. Кревчик,
М. Б. Семенов, Ю. Г. Смирнов, Е. В. Чупрунов,
В. А. Рудин, Н. Ю. Скибицкая, П. В. Кревчик, Д. О. Филатов,
Д. А. Антонов, М. А. Лапина, М. Е. Шенина, К. Ямамото

ОСОБЕННОСТИ ДВУМЕРНЫХ ТУННЕЛЬНЫХ БИФУРКАЦИЙ В УСЛОВИЯХ ВНЕШНЕГО ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ¹

Аннотация. Исследуется проблема управляемости двумерного диссипативного туннелирования в системе «игла кантилевера АСМ/СТМ – квантовая точка», моделируемой 2D-осцилляторным потенциалом, взаимодействующим с термостатом, во внешнем электрическом поле. Методом инстантонов рассчитана вероятность 2D-туннельного переноса и исследована ее зависимость от величины внешнего электрического поля. Полученные зависимости качественно соответствуют отдельным экспериментальным ВАХ для системы «платинированная игла кантилевера АСМ/СТМ – квантовая точка из золота», полученным в НИФТИ при ННГУ им. Н. И. Лобачевского. Экспериментально наблюдаемыми и устойчивыми оказываются предсказанные ранее 2D-туннельные бифуркации с диссипацией для случая параллельно туннелирующих взаимодействующих частиц.

Ключевые слова: диссипативное туннелирование, двумерные бифуркации, квантовые точки.

Abstract. Controllability problem for two-dimensional dissipative tunneling in system of «the AFM/STM cantilever tip – quantum dot», simulated by 2D oscillator potential in a heat bath and external electric field, has been investigated. The 2D tunnel transfer probability dependence on external electric field has been calculated in frames of instanton approximation. Obtained results are qualitatively corresponded to separate experimental VACs for system «platinized cantilever tip – golden quantum dot», which have been obtained in N. Novgorod State University. Earlier predicted 2D tunnel bifurcations with dissipation for case of parallel tunneling interacting particles are found as experimentally observed and stable ones.

Keywords: dissipative tunneling, 2d-bifurcations, quantum dots.

Настоящая работа посвящена теоретическому исследованию влияния внешнего электрического поля на наблюдаемые характеристики 2D-диссипативного туннелирования для металлических квантовых точек (КТ) в системе совмещенного АСМ/СТМ. Актуальность данного исследования обусловлена тем, что проведенные теоретические расчеты предлагают практически значимые механизмы управления для экспериментально реализуемых структур с туннельно связанными квантовыми точками (КТ) и квантовыми молекулами (КМ) в системе совмещенного АСМ/СТМ, что является существенным для целей современной наноэлектроники с управляемыми характеристиками. Этим обусловлена и практическая значимость выполненного исследования.

¹ Данная работа выполнена при частичной поддержке гранта Минобрнауки РФ по ФЦП «Развитие потенциала высшей школы» № 2.1.1/1647, а также в рамках тематического плана проведения фундаментальных научных исследований по заданию Рособразования, № 1.15.09.

Впервые существование 2D-туннельных бифуркаций было предсказано в работе Ю. Н. Овчинникова и Б. И. Ивлева [1] для систем взаимодействующих контактов Джозефсона. Был предсказан эффект излома на температурной или токовой зависимости вероятности распада в окрестности точки бифуркации. Однако, как предполагалось, соответствующая температурная область могла оказаться узкой для детального экспериментального изучения. Соответствующая особенность вероятнее всего замыкалась флуктуациями. Несколько позднее в работе Ю. И. Дахновского и М. Б. Семенова [2] неустойчивый эффект 2D-туннельных бифуркаций изучался для антипараллельного переноса в системах типа порфиринов (или на примере димеров 7-азаиндола). В работе коллектива авторов [3] исследована тонкая структура 2D-туннельных бифуркаций с диссипацией при параллельном и антипараллельном переносе частиц. Было показано, что в случае параллельного переноса туннелирующих частиц в асимметричном осцилляторном потенциале в точке бифуркации может наблюдаться устойчивый излом на зависимости вероятности туннелирования от температуры, а также режим квантовых биений в окрестности точки бифуркации. В. А. Бендерский, Е. И. Кац и соавторы [4] исследовали конкурирующие туннельные траектории в 2D-потенциале с варьируемой топологией как модель для квантовых бифуркаций. В последние годы процессы туннелирования вызывают особый интерес исследователей структур с квантовыми точками и квантовыми молекулами, что во многом связано с возможностями современных нанотехнологий [5–15].

Многие из отмеченных систем рассматриваются с позиций инстантонного подхода. Вычисление константы туннелирования, основанное на инстантонном приближении, делает все перечисленные явления в некотором смысле «подобными». В химических реакциях константа скорости предполагает экспоненциальную эволюцию для вероятности переноса, тогда как в электронных приборах константа скорости определяет туннельный ток. В работе Ю. Н. Овчинникова [9] было показано, что проводимость гранулированных металлических пленок связана с процессами туннелирования между соседними гранулами, а также, что взаимодействие с термостатом, обеспечивающее реальный переход в состояния, локализованные в «соседнем» кластере, достаточно мало. Таким образом, характеристики туннельного тока в изучаемых системах можно рассматривать в пределе сравнительно «слабой» диссипации, но достаточной для обеспечения «распадности» двухъямного осцилляторного потенциала, используемого в предлагаемой модели. Кроме того, существенный вклад в туннельный ток может внести вероятность туннелирования, оцененная с точностью до предэкспоненциального фактора в работе [15]. На рис. 1 представлена экспериментальная схема исследований и одна из вольт-амперных характеристик, полученная экспериментальной группой (О. Н. Горшков, Д. О. Филатов и др.) в НИФТИ при ННГУ им. Н. И. Лобачевского.

Одной из характерных особенностей ВАХ, приведенной на рис. 1, является резкий излом, наблюдаемый при положительных напряжениях, который, как мы предполагаем, обусловлен сменой режима туннелирования по параллельным каналам в асимметричном 2D-потенциале или наличием точки бифуркации, описанной в [3]. Вблизи этой точки на ВАХ наблюдается небольшая переходная область с отдельной особенностью, которая, вероятно, может отвечать режиму квантовых биений, также предсказанных нами в [3].

И, наконец, в области отрицательных напряжений мы наблюдаем характерный единичный пик, который, как описано ранее [15], связан с особенностью предэкспоненциального фактора в момент, когда с изменением внешнего электрического поля, влияющего на величину параметра асимметрии потенциала, модельный потенциал становится симметричным.

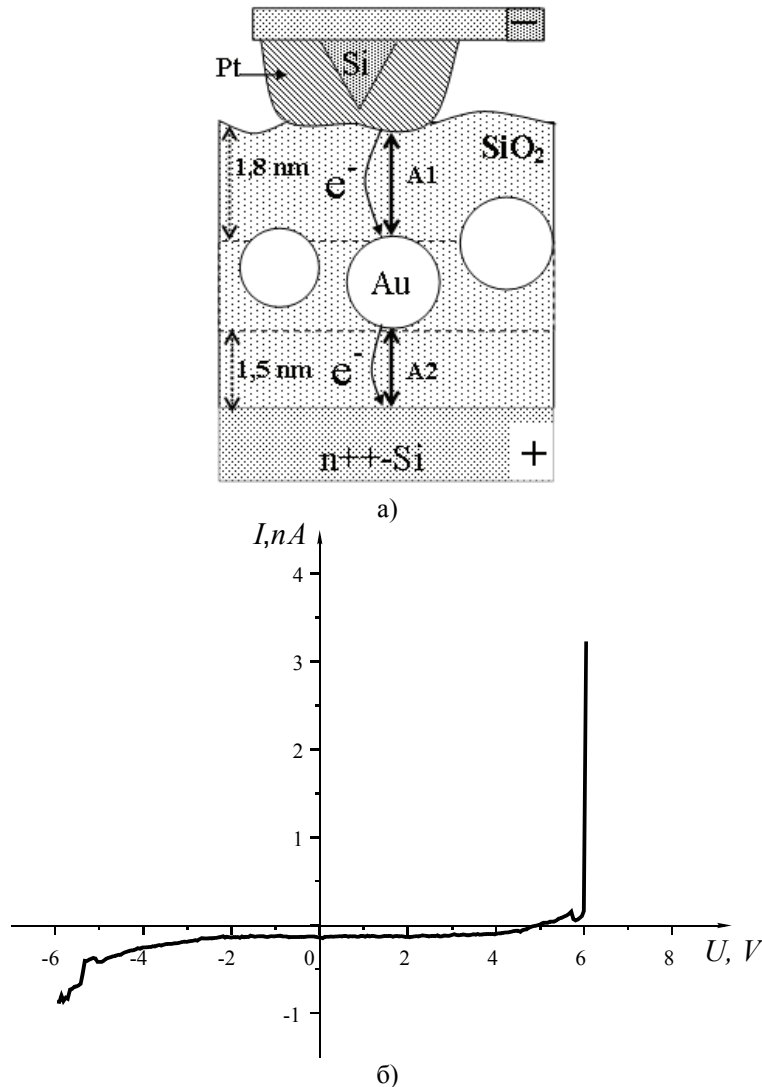


Рис. 1 Схема экспериментальной установки с использованием совмещенного АСМ/СТМ и отдельные полученные туннельные ВАХ: а – схема туннелирования электронов через нанокompозитную структуру Si/SiO₂/SiO₂: НК–Au/SiO₂: A1 – туннельно-прозрачный барьер зонд-кластер, A2 – барьер кластер-подложка; б – одна из вольт-амперных характеристик, измеренных на структуре Si(100)/SiO₂(1,5 нм)/SiO₂: НК–Au(1,6 нм)/SiO₂(1,8 нм), в местах расположения нанокластеров Au в SiO₂

Эта совокупность изученных теоретически и экспериментально эффектов позволяет делать вывод о возможности экспериментального наблюдения устойчивых 2D-туннельных бифуркаций с диссипацией, что и является ос-

новным результатом данной работы. Теоретическая возможность использовать науку о диссипативном туннелировании для систем с АСМ/СТМ была ранее продемонстрирована в работе [11]. В работе [15] приводится сравнение теоретической зависимости для вероятности диссипативного туннелирования с экспериментальной ВАХ в структуре с КТ из коллоидного золота для совмещенного АСМ/СТМ [12].

При изучении туннельного тока с иглы кантилевера совмещенного АСМ/СТМ в ближайший нанокластер золота (квантовую точку) вполне вероятной может быть ситуация, когда из-за неоднородностей на поверхности иглы реализуются параллельные близко расположенные каналы туннельного тока. Если размер неоднородности оказывается меньше размера нанокластера (квантовой точки), то при отрицательном приложенном напряжении меняется асимметрия потенциала вдоль координаты переноса, как это изображено на рис. 2. С учетом взаимодействия туннелирующих по параллельным каналам частиц перестройка потенциала становится существенно двумерной (рис. 3).

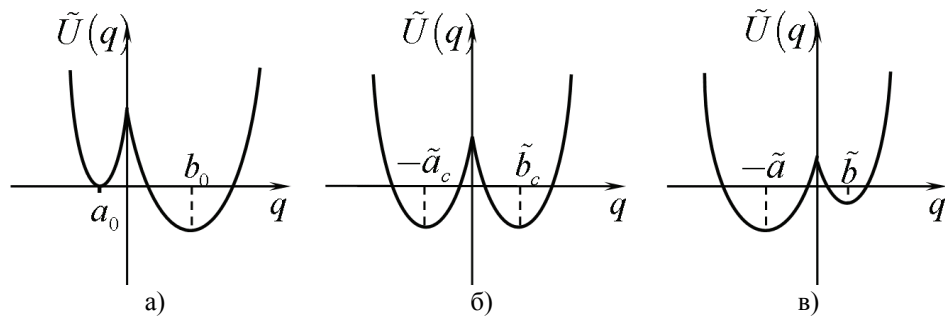


Рис. 2 Учет влияния электрического поля на асимметричный двухъямный осцилляторный потенциал. При некотором значении приложенного отрицательного напряжения потенциал становится симметричным (б), что может дать в предэкспоненциальном факторе вероятности переноса наблюдаемый единичный пик

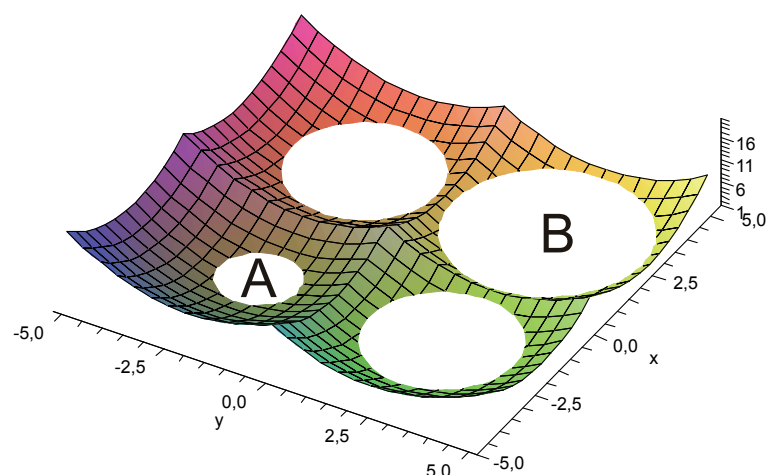
Учет влияния электрического поля (при отрицательном напряжении) на асимметричный двухъямный осцилляторный потенциал дает

$$\tilde{U}(q) = \frac{\omega_0^2}{2}(q + a_0)^2 \theta(-q) + \left[\frac{\omega_0^2}{2}(q - b_0)^2 - \Delta I \right] \theta(q) + |e|Eq, \quad (1)$$

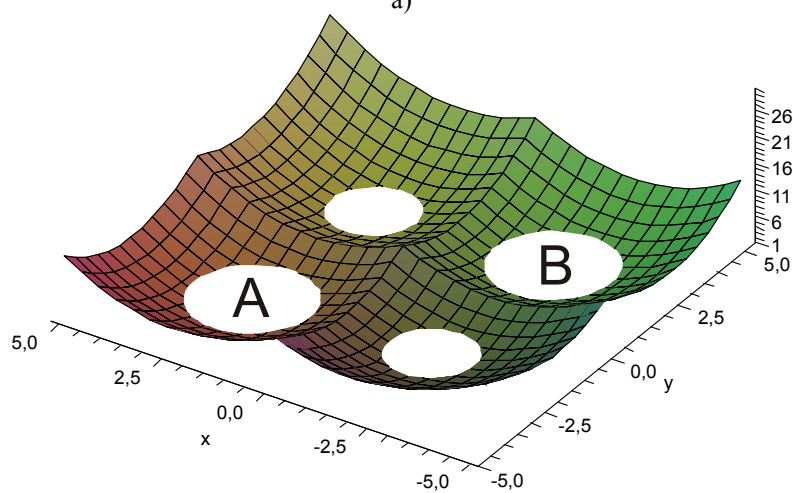
где параметр $\Delta I = \frac{\omega_0^2}{2}(b_0^2 - a_0^2)$ определяет исходную асимметрию потенциала в отсутствие поля, как известно, приводит к изменению величины асимметрии, пропорциональной величине поля;

$$\Delta \tilde{U} = \tilde{U}_2(\tilde{b}) - \tilde{U}_1(\tilde{a}) + \frac{\omega_0^2}{2}(a_0^2 - b_0^2) = |e|E(a_0 + b_0) \sim E, \quad (2)$$

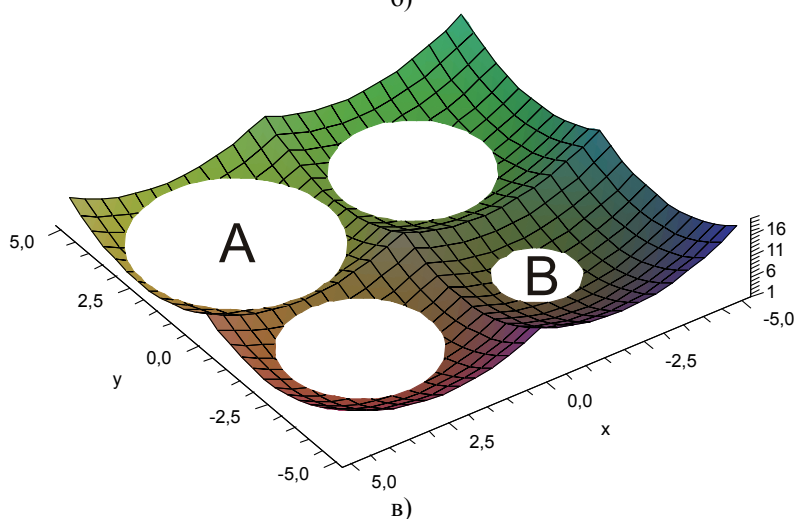
$$\text{где } \tilde{U}_1(\tilde{b}) = -b_0|e|E - \frac{|e|^2 E^2}{2\omega_0^2}, \quad \tilde{U}_2(\tilde{a}) = a_0|e|E - \frac{|e|^2 E^2}{2\omega_0^2} - \frac{\omega_0^2}{2}(a_0^2 - b_0^2).$$



а)



б)



в)

Рис. 3 Изменение асимметрии поверхности потенциальной энергии для параллельного переноса частиц во внешнем электрическом поле (при отрицательном приложенном напряжении). При некотором значении приложенного напряжения потенциал становится симметричным (б)

При некотором значении внешнего поля первоначально асимметричный потенциал с более глубокой правой ямой может стать симметричным $\tilde{a}_c = \tilde{b}_c$:

$$\tilde{U}_1(\tilde{a}) = \tilde{U}_2(\tilde{b}); -a_0|e|E - \frac{|e|^2 E^2}{2\omega_0^2} = b_0|e|E - \frac{|e|^2 E^2}{2\omega_0^2} - \frac{\omega_0^2}{2}(b_0^2 - a_0^2),$$

отсюда

$$E|e|(a_0 + b_0) = \frac{\omega_0^2}{2}(b_0 - a_0)(a_0 + b_0) \text{ и } E_c = (b_0 - a_0) \frac{\omega_0^2}{2|e|}. \quad (3)$$

Таким образом, влияние электрического поля можно учесть через перенормировку параметров $a = \tilde{a} = a_0 + \frac{|e|E}{\omega_0^2}$, $b = \tilde{b} = b_0 - \frac{|e|E}{\omega_0^2}$. Смена знака на-

пряжения приводит к тому, что исходная асимметрия потенциала (правая яма глубже левой) будет только усиливаться, состояние симметричного потенциала при таком знаке напряжения не достигается. Для 2D-потенциала мы получим картину, напоминающую рис. 3,а, где минимум B справа будет более глубоким, а минимум A более мелким. Если исходная асимметрия потенциала (как предполагается) была недостаточной для достижения точки бифуркации туннельных траекторий, то с ростом поля мы можем ее достичь.

Для 2D-параллельного переноса с учетом взаимодействия частиц и перенормировки параметров потенциала во внешнем электрическом поле мы получим перенормированный потенциал в виде

$$U_p(q_1, q_2) = \frac{2\tilde{U}_p(q_1, q_2)}{\omega^2} = (q_1 + a)^2 \theta(-q_1) + \left[-(b^2 - a^2) + (q_1 - b)^2 \right] \theta(q_1) + \\ + (q_2 + a^2) \theta(-q_2) + \left[-(b^2 - a^2) + (q_2 - b)^2 \right] \theta(q_2) - \frac{\alpha^*}{2}(q_1 - q_2)^2. \quad (4)$$

При введении взаимодействия между частицами в диполь-дипольном приближении выбираем V_{int} в форме гармонического потенциала «притяжения»:

$$V_{\text{int}} = -\frac{\alpha(q_{1y} - q_{2y})^2}{2}. \quad (5)$$

Такая потенциальная энергия может описывать, например, следующую физическую ситуацию (с «обычным» кулоновским отталкиванием): две взаимодействующие одноименно заряженные частицы расположены на достаточно большом расстоянии R_0 друг от друга вдоль оси x , и также предполагается $R_0 \gg d$, где d – дистанция параллельного переноса взаимодействующих частиц вдоль оси y в одном направлении (рис. 4).

В этом случае функция потенциальной энергии взаимодействия может быть представлена в виде ряда по степеням параметра $(q_{1y} - q_{2y})^2 / R_0^2$, где

q_{1y} и q_{2y} – координаты туннелирования (рис. 4). Для кулоновского отталкивания частиц в среде (ϵ_0 – диэлектрическая постоянная, ϵ – относительная диэлектрическая проницаемость) получим

$$V_{rep} = \frac{e^2}{\epsilon_0 |R|} = \frac{e^2}{\epsilon \epsilon_0 [R_0^2 + (q_{1y} - q_{2y})^2]^{1/2}} \approx \frac{e^2}{\epsilon_0 R_0} - \frac{1}{2} \cdot \frac{e^2}{\epsilon_0 R_0} \cdot \frac{(q_{1y} - q_{2y})^2}{R_0^2}. \quad (6)$$

Следовательно,

$$\alpha = \frac{e^2}{\epsilon \epsilon_0 R_0^3}. \quad (7)$$

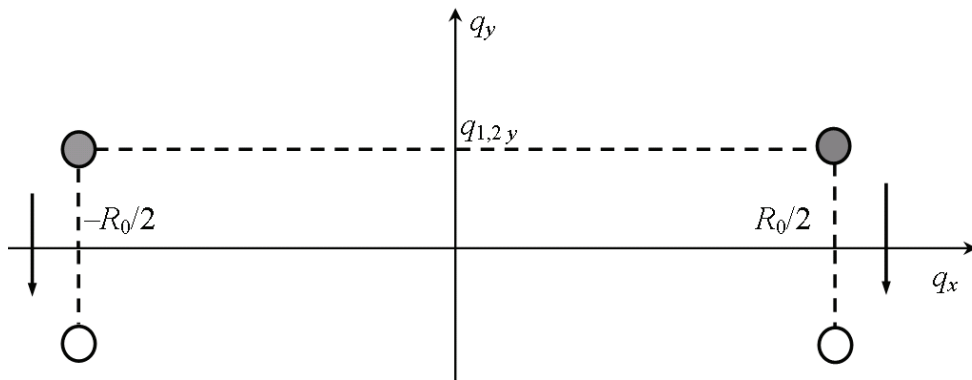


Рис. 4 Введение координаты туннелирования: R_0 (вдоль оси q_x) – дистанция между туннелирующими частицами; q_{1y} и q_{2y} – координаты туннелирования

Отрицательная гармоническая потенциальная энергия (второе слагаемое в разложении) появляется, следовательно, как эффективное притягивающее взаимодействие, хотя потенциал остается все время отталкивающим. Этот отрицательный вклад уменьшает отталкивающий потенциал от его максимального значения в R_0 . Постоянная составляющая $U(R_0) = \frac{e^2}{\epsilon \epsilon_0 R_0}$ может

быть включена в определение потенциальных энергий отдельных частиц.

Мы предполагаем, что две частицы независимо взаимодействуют с гармоническим термостатом. Такое взаимодействие рассматривается в билинейном приближении. Динамика среды описывается осцилляторным гамильтонианом (при этом мы используем систему единиц с $\hbar = 1$, $k_B = 1$ и массами осцилляторов, равными 1):

$$H_{ph} = \frac{1}{2} \sum_i (P_i^2 + \omega_i^2 Q_i^2). \quad (8)$$

Каждая из туннелирующих частиц (электронов или эффективных зарядов) взаимодействует с осцилляторным термостатом следующим образом:

$$V_{p-ph}^{(1)}(q_1, Q_i) = q_1 \sum_i C_i Q_i, V_{p-ph}^{(2)}(q_2, Q_i) = q_2 \sum_i C_i Q_i. \quad (9)$$

Как и в работе [3], мы интересуемся вероятностью переноса в единицу времени или, строго говоря, только ее экспоненциальной частью, которая может быть записана в форме Лангера

$$\Gamma = 2T \frac{\text{Im } Z}{\text{Re } Z}. \quad (10)$$

Для вычисления Γ удобно представить статистическую сумму Z в форме интеграла по траекториям [1–8]

$$Z = \prod_i \int Dq_1 Dq_2 DQ_i \exp[-S\{q_1, q_2, Q_i\}]. \quad (11)$$

Здесь S обозначает подбарьерное действие для всей системы. Мнимая часть $\text{Im } Z$ появляется благодаря распадности энергетических уровней в исходной яме потенциальной энергии. Справедливость этого приближения требует, чтобы диссипация была бы достаточно сильной, так что реализуется только некогерентный распад [3].

Интеграл (11) может быть взят по фоновым координатам [3], в результате

$$S\{q_1, q_2\} = \int_{-\beta/2}^{\beta/2} d\tau \left[\frac{1}{2} q_1^2 + \frac{1}{2} q_2^2 + V(q_1, q_2) + \right. \\ \left. + \int_{-\beta/2}^{\beta/2} d\tau' D(\tau - \tau') [q_1(\tau) + q_2(\tau)] \times [q_1(\tau') + q_2(\tau')] \right], \quad (12)$$

где

$$D(\tau) = \frac{1}{\beta} \sum_{n=-\infty}^{\infty} D(v_n) \exp(iv_n \tau), \quad (13)$$

$\beta = \hbar / (k_B T)$ – обратная температура (ниже мы предполагаем, что $\hbar = 1$ и $k_B = 1$), $v_n = 2\pi n / \beta$ является мацубаровской частотой, и

$$D(v_n) = -\sum_i \frac{C_i^2}{\omega_i^2 + v_n^2} = \sum_i \frac{C_i^2}{\omega_i^2} + \xi_n. \quad (14)$$

Траектория, которая минимизирует евклидово действие S , может быть найдена из уравнений движения. Моменты времен τ_1 и τ_2 , в которые частицы проходят вершины барьера, определяются из следующих уравнений:

$$q_1(\tau_1) = 0, q_2(\tau_2) = 0. \quad (15)$$

В случае параллельно туннелирующих частиц [потенциальная энергия (4)], результирующее евклидово действие задается следующим образом:

$$S = 2a(a+b)(\tau_1 + \tau_2)\omega^2 - \frac{1}{\beta}\omega^2(a+b)^2(\tau_1 + \tau_2)^2 - \frac{\omega^4(a+b)^2(\tau_1 - \tau_2)^2}{(\omega^2 - 2\alpha)\beta} -$$

$$- \frac{2\omega^4(a+b)^2}{\beta} \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{(\sin^2 v_n \tau_1 + \sin^2 v_n \tau_2)}{v_n^2(v_n^2 + \omega^2 + \xi_n)} + \frac{(\sin v_n \tau_1 - \sin v_n \tau_2)^2}{v_n^2(v_n^2 + \omega^2 - 2\alpha)} \right], \quad (16)$$

где ξ_n определяется соотношением (14).

Ниже мы используем следующие обозначения:

$$\varepsilon = \varepsilon^* \omega = (\tau_1 - \tau_2)\omega, \tau = 2\tau^* \omega = (\tau_1 + \tau_2)\omega, \beta^* = \beta\omega/2, \alpha^* = 2\alpha/\omega^2, b^* = b/a,$$

и предполагаем, что $b > a$. В отсутствие взаимодействия с осцилляторами среды – термостата, т.е. при $\xi_n = 0$, действие (16) как функция параметров ε и τ принимает вид

$$S = \frac{(a+b)^2 \omega}{2} \left\{ \frac{4a\tau}{a+b} - \frac{\tau}{a+b} \left(1 + \frac{1}{1-\alpha^*} \right) + \frac{(\tau - |\varepsilon|)\alpha^*}{1-\alpha^*} + \coth \beta^* - \right.$$

$$- \sinh^{-1} \beta^* \left[\cosh(\beta^* - \tau) \cosh \varepsilon + \cosh(\beta^* - \tau) - \cosh(\beta^* - |\varepsilon|) \right] -$$

$$- (1 - \alpha^*)^{-3/2} \left(-\coth(\beta \sqrt{1 - \alpha^*}) + \sinh^{-1}(\beta \sqrt{1 - \alpha^*}) \right) \times$$

$$\left. \times \left\{ \cosh \left[(\beta^* - \tau) \sqrt{1 - \alpha^*} \right] \left[\cosh(\varepsilon \sqrt{1 - \alpha^*}) - 1 \right] + \cosh \left[(\beta^* - |\varepsilon|) \sqrt{1 - \alpha^*} \right] \right\} \right\}. \quad (17)$$

Как только траектория найдена, уравнения (15) могут быть представлены в следующей форме:

$$\sinh \varepsilon \left[\cosh \tau \coth \beta^* - \sinh \tau - \coth \beta^* \right] + \frac{1}{1 - \alpha^*} \sinh(\varepsilon \sqrt{1 - \alpha^*}) \left[\cosh(\tau \sqrt{1 - \alpha^*}) \times \right.$$

$$\times \coth(\beta^* \sqrt{1 - \alpha^*}) - \sinh(\tau \sqrt{1 - \alpha^*}) + \coth(\beta^* \sqrt{1 - \alpha^*}) \left. \right] = 0;$$

$$3 - \frac{4}{1 + b^*} - \frac{1}{1 - \alpha^*} + \cosh \varepsilon \left[\sinh \tau \coth \beta^* - \cosh \tau - 1 \right] + \sinh \tau \coth \beta^* - \cosh \tau +$$

$$+ \frac{1}{1 - \alpha^*} \cosh(\varepsilon \sqrt{1 - \alpha^*}) \left[\sinh(\tau \sqrt{1 - \alpha^*}) \coth(\beta^* \sqrt{1 - \alpha^*}) - \cosh(\tau \sqrt{1 - \alpha^*}) + 1 \right] -$$

$$- \frac{1}{1 - \alpha^*} \left[\sinh(\tau \sqrt{1 - \alpha^*}) \coth(\beta^* \sqrt{1 - \alpha^*}) - \cosh(\tau \sqrt{1 - \alpha^*}) \right] = 0. \quad (18)$$

Как было проанализировано нами в работе [3], решение этой системы и позволяет выявить бифуркацию 2D-туннельных траекторий, т.е. при опреде-

ленном значении температуры β^* , либо параметра асимметрии потенциала, связанного с величиной приложенного электрического поля $b^* = b/a$, либо коэффициента взаимодействия $\alpha^* = 2\alpha/\omega^2$ (где $\alpha = \frac{e^2}{\epsilon\epsilon_0 R_0^3}$ зависит, в част-

ности, от относительной диэлектрической проницаемости среды – термоста-
та; проблема изучения 2D-бифуркаций с диссипацией при изменении пара-
метра ϵ может представлять отдельный интерес). Численный анализ системы
(18) позволяет также выявить тонкую структуру перехода в окрестности точ-
ки бифуркации, а именно режим квантовых биений для параллельного пере-
носа туннелирующих частиц. В итоге вероятность 2D-туннелирования с экс-
поненциальной точностью определяется как $\Gamma = \exp(-S)$, где S задается вы-
ражением (17) с учетом решения системы (18). Поскольку нас интересует ка-
чественное сравнение с имеющимися туннельными ВАХ для системы «игла
кантилевера – нанокластер из золота», мы интересуемся зависимостью Γ от
параметра асимметрии $b^* = b/a$. Результат сравнения этой теоретической
кривой с экспериментальной ВАХ приведен на рис. 5. Но необходимо учесть,
что в целом мы рассматриваем две области изменения электрического поля:
при положительном напряжении с реализацией режима 2D-бифуркации; при
отрицательном напряжении с достижением симметричного потенциала, что
в случае синхронного туннельного переноса по параллельным координатам
дает в удвоенном предэкспоненциальном факторе особенность типа единич-
ного пика в этом случае.

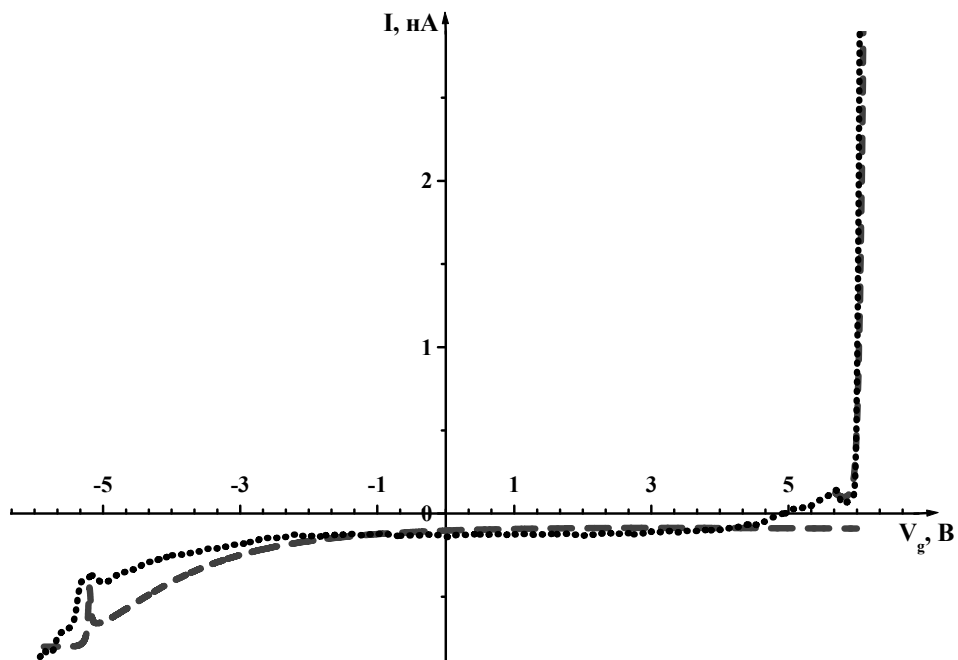


Рис. 5 Сравнение теоретической кривой (пунктирная кривая)
для 2D-диссипативного параллельного туннелирования
с экспериментальной ВАХ, приведенной на рис. 1 (точечная кривая)

Условия применимости рассматриваемой модели обусловлены приближением разреженного газа пар «инстантон – антиинстантон» и обсуждались в [2–8]. В рассматриваемой модели может происходить подавление кулоновских эффектов, если стартовая энергия частицы в КТ существенно превышает энергию кулоновского отталкивания: $U_0 \gg \frac{e^2}{a_0 + b_0}$.

Таким образом, обобщая результаты работ [3, 15], мы приходим к качественному сравнению теоретических кривых для вероятности диссипативного 2D-туннелирования как функции приложенного электрического поля с учетом точки бифуркации (при положительном напряжении) и наличия единичного пика в случае симметричного потенциала (при отрицательном напряжении) с отдельными экспериментальными ВАХ для системы «игла платинированного кантилевера – квантовая точка (нанокластер из золота)», полученными группой соавторов из Нижегородского государственного университета им. Н. И. Лобачевского. Эти результаты приведены на рис. 5.

Помимо достаточно хорошего качественного соответствия теоретической и экспериментальной зависимости (за исключением небольших переходных областей), результат этой работы позволяет сделать вывод об экспериментальном обнаружении устойчивой 2D-бифуркации (смене режима туннелирования с синхронного на асинхронный), предсказанной в работе [3]. Вблизи этой точки (резкий излом на ВАХ) небольшой локальный минимум может быть следствием режима квантовых биений, также описанных в [3], и которые учитывались в процессе численного анализа, представленного на рис. 5.

Список литературы

1. **Ивлев Б. И., Овчинников Ю. Н.** // ЖЭТФ. – 1987. № 93. – С. 668.
2. **Dahnovsky Yu. I., Semenov M. B.** // J. Chem. Phys. – 1989. – № 91. – № 12. – P. 7606.
3. **Dahnovsky Yu. I., Ovchinnikov A. A., Krevchik V. D.** [et al.] // Phys. Rev. B. – 2003. – № 68. – P. 155426.
4. **Benderskii V. A., Vetoshkin E. V., Trommsdorff H. P., Kats E. I.** // Phys. Rev. E. – 2003. – № 67. – P. 026102.
5. **Krevchik, V. D.** Transfer processes in low – dimensional systems (memorial collection of articles, dedicated to prof. A. A. Ovchinnikov and A. I. Larkin's memory) / V. D. Krevchik, M. B. Semenov, V. Ch. Zhukovsky, K. Yamamoto [et al.] // UT Research Institute Press. – Tokyo, Japan, 2005. – 690 P. – (Publication of this book was supported by Nobel prize winner – 2003. prof. A. J. Leggett).
6. **Овчинников, А. А.** Принципы управляемой модуляции низкоразмерных структур : монография (посвящается памяти члена-корреспондента РАН, зав. отделом Объединенного института химической физики РАН А. А. Овчинникова) / А. А. Овчинников, В. Д. Кревчик, М. Б. Семенов [и др.]. – М. : УНЦ ДО, 2003. – С. 510.
7. **Жуковский В. Ч., Кревчик В. Д., Семенов М. Б.** [и др.] // Вестник Моск. ун-та. Физ., Астрон. – 2006. – № 3. – С. 24.
8. **Жуковский В. Ч., Кревчик В. Д., Семенов М. Б.** [и др.] // Вестник Моск. ун-та. Физ., Астрон. – 2007. – № 2. – С. 10.
9. **Овчинников Ю. Н.** // ЖЭТФ. – 2007. – Т. 131. – № 2. – С. 286.
10. **Ullien D., Cohen H., Porath D.** // Nanotechnology. – 2007. – V. 18. – № 42. – P. 424015.
11. **Louis A. A., J. P. Sethna** // Phys. Rev. Lett. – 1995. – V. 74. – № 8. – P. 1363.
12. **Yanagi H., Ohno T.** // Langmuir. – 1999. – V. 15. – № 14. – P. 4773.

13. **Bychkov A. M., Stace T. M.** // Nanotechnology. – 2007. – V. 18. – P. 185403.
14. **Антонов Д. А., Вугальтер Г. А., Горшков О. Н.** [и др.] // Вестник ННГУ. – 2007. – № 3. – С. 55. – (Физика твердого тела).
15. **Жуковский В. Ч., Кревчик В. Д., Семенов М. Б.** [и др.] // Вестник Моск. ун-та. Физ., Астрон. – 2009. – № 1.
-

Жуковский Владимир Чеславович
доктор физико-математических наук,
профессор, кафедра теоретической
физики, Московский государственный
университет им. М. В. Ломоносова

Zhukovsky Vladimir Cheslavovich
Doctor of physico-mathematical sciences,
professor, sub-department of theoretical
physics, Moscow State University
named after M. V. Lomonosov

Горшков Олег Николаевич
директор НИФТИ при Нижегородском
государственном университете
им. Н. И. Лобачевского

Gorshkov Oleg Nikolaevich
Director of Physics and Engineering
Research Institute attached to Nizhniy
Novgorod State University
named after N. I. Lobachevskiy

Кревчик Владимир Дмитриевич
доктор физико-математических наук,
профессор, заведующий кафедрой
физики, Пензенский государственный
университет

Krevchik Vladimir Dmitrievich
Doctor of physico-mathematical sciences,
professor, head of physics sub-department,
Penza State University

Семенов Михаил Борисович
доктор физико-математических наук,
профессор, кафедра физики, Пензенский
государственный университет

Semenov Mikhail Borisovich
Doctor of physico-mathematical sciences,
professor, physics sub-department,
Penza State University

E-mail: physics@pnzgu.ru

Смирнов Юрий Геннадьевич
доктор физико-математических наук,
профессор, заведующий кафедрой
математики и суперкомпьютерного
моделирования, Пензенский
государственный университет

Smirnov Yuri Gennadyevich
Doctor of physico-mathematical sciences,
professor, head of sub-department
of mathematics and supercomputer
modeling, Penza State University

Чупрунов Евгений Владимирович
доктор физико-математических наук,
профессор, ректор Нижегородского
государственного университета
им. Н. И. Лобачевского

Chuprunov Evgeny Vladimirovich
Doctor of physico-mathematical sciences,
professor, rector of Nizhniy Novgorod State
University named after N. I. Lobachevskiy

Рудин Вадим Александрович
студент, Пензенский
государственный университет

Rudin Vadim Alexandrovich
Student, Penza State University

Скибицкая Наталья Юрьевна
аспирант, Пензенский
государственный университет

Skibitskaya Natalya Yuryevna
Postgraduate student,
Penza State University

Кревчик Павел Владимирович
студент, Пензенский
государственный университет

Krevchik Pavel Vladimirovich
Student, Penza State University

Филатов Дмитрий Олегович
кандидат физико-математических наук,
доцент, НИФТИ при Нижегородском
государственном университете
им. Н. И. Лобачевского

Filatov Dmitry Olegovich
Candidate of physico-mathematical
sciences, associate professor, Physics
and Engineering Research Institute attached
to Nizhniy Novgorod State University
named after N. I. Lobachevskiy

Антонов Дмитрий Александрович
научный сотрудник НИФТИ
при Нижегородском государственном
университете им. Н. И. Лобачевского

Antonov Dmitry Alexandrovich
Research worker, Physics and Engineering
Research Institute attached to Nizhniy
Novgorod State University
named after N. I. Lobachevskiy

Лапшина Мария Александровна
аспирант, НИФТИ при Нижегородском
государственном университете
им. Н. И. Лобачевского

Lapshina Mariya Alexandrovna
Postgraduate student, Physics and Engi-
neering Research Institute attached to
Nizhniy Novgorod State University named
after N. I. Lobachevskiy

Шенина Мария Евгеньевна
аспирант, НИФТИ при Нижегородском
государственном университете
им. Н. И. Лобачевского

Shenina Mariya Evgenyevna
Postgraduate student, Physics
and Engineering Research Institute attached
to Nizhniy Novgorod State University
named after N. I. Lobachevskiy

Кенджи Ямамото
профессор, заместитель директора
исследовательского института
при международном медицинском
центре (г. Токио, Япония)

Kendji Yamamoto
Professor, vice director of research
institute of International Medical Centre
(Tokyo, Japan)

УДК 539.2:541.117517.9 + 536.212

Жуковский, В. Ч.

Особенности двумерных туннельных бифуркаций в условиях внешнего электрического поля / В. Ч. Жуковский, О. Н. Горшков, В. Д. Кревичик [и др.] // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Физико-математические науки. – 2009. – № 2 (10). – С. 123–135.